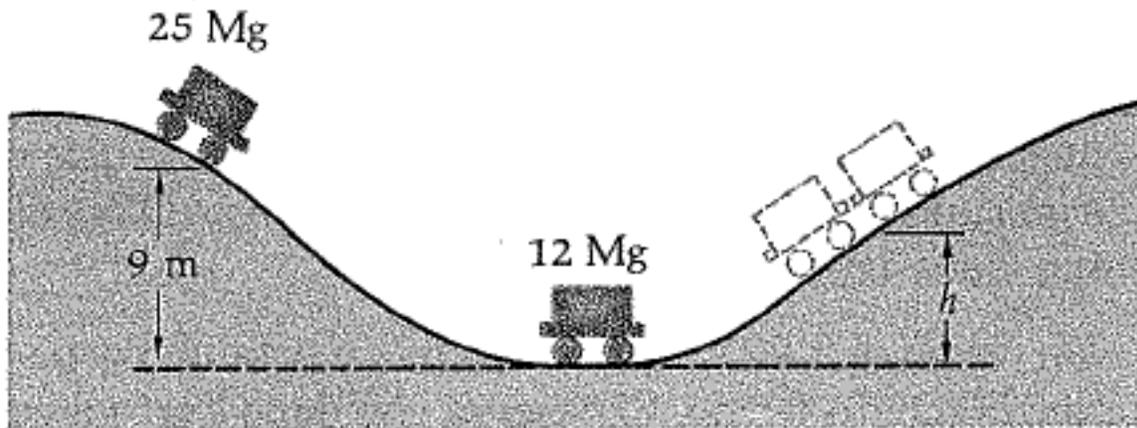


23. Un vagone ferroviario di 25 Mg è fermo su una collina con i freni tirati. Allentati i freni il vagone scende a fondo valle, 9 m al di sotto della sua posizione iniziale (vedi la figura 7.22). Lì esso urta un vagone di 12 Mg fermo (con i freni allentati). I due vagoni, agganciati, risalgono su per il binario fino a una quota h . Si trovi h .



Soluzione

`interface(displayprecision = 2) : restart :`

$$\begin{aligned}
 M1 &:= 25 \cdot 10^3; h := 9; M2 := 12 \cdot 10^3; g := 9.8; \\
 &25000 \\
 &9 \\
 &12000 \\
 &9.8
 \end{aligned} \tag{1}$$

Per calcolare la velocità del vagone 1 subito prima che esso impatti contro il vagone M2 (fermo a valle) possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica :

$$\begin{aligned}
 eq &:= M1 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M1 \cdot VI^2 \\
 &225000 = 12500 VI^2
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 sol &:= solve(eq, VI); \\
 &-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}
 \end{aligned} \tag{3}$$

e scartando la soluzione negativa :

$$\begin{aligned}
 VI &:= sol[2] \\
 &3\sqrt{2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Si tratta di urto anelastico: l'energia meccanica **non** si conserva ma **si conserva la quantità di moto**, per cui possiamo conoscere la velocità del sistema subito dopo l'impatto nel punto più basso.

$$eq := M1 \cdot V1 = (M1 + M2) \cdot Vf$$

$$75000 \sqrt{2} = 37000 Vf \quad (5)$$

$$Vf := solve(eq, Vf);$$

$$\frac{75}{37} \sqrt{2} \quad (6)$$

Da qui, per sapere fino a che altezza il sistema si porta (trascurando tutti gli attriti tra le ruote e il terreno) possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica: tutta l'energia cinetica nel punto più basso si trasformerà in energia potenziale nel punto più alto.

$$eq := \frac{1}{2} (M1 + M2) \cdot Vf^2 = (M1 + M2) \cdot g \cdot H$$

$$\frac{5625000}{37} = 3.63 \cdot 10^5 H \quad (7)$$

$$H := solve(eq, H);$$

$$0.4192692417 \quad (8)$$

Pertanto il sistema dei due vagoni agganciati si porterà ad una quota di **0.42 metri**.