

15. Un certo telescopio forma un'immagine di un gruppo di stelle su un rivelatore costituito da una lastra quadrata di silicio di lato 2.00 cm. Quando la temperatura è 20.0°C viene focalizzata un'immagine sul rivelatore. La parte di immagine rivelata dal silicio contiene 5 342 stelle distribuite uniformemente. Per rendere il rivelatore più sensibile, lo si raffredda a -100°C. Quante stelle vengono rivelate se il coefficiente di dilatazione lineare del silicio è $4.68 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$?

Soluzione

interface(displayprecision = 9) : restart :

$$L := 0.02 ; Ta := 20.0 ; Ns := 5342.0 ; Tb := -100.0 ; \lambda := 4.68 \cdot 10^{-6} ;$$

$$0.02$$

$$20.0$$

$$5342.0$$

$$-100.0$$

$$0.000004680000000 \quad (1)$$

La superficie del sensore e` pari a :

$$S := L^2$$

$$0.0004 \quad (2)$$

e il salto termico e` pari a :

$$\Delta T := Ta - Tb$$

$$120.0 \quad (3)$$

Osserviamo innanzi tutto che se il coefficiente di dilatazione lineare di una sostanze e` alpha il corrispondente di dilatazione superficiale sara` pari a 2*alpha, per cui:

$$\alpha := 2 \cdot \lambda ;$$

$$0.000009360000000 \quad (4)$$

Vediamo di quanto si **contrae** la piastra (sensore) di silicio in seguito al raffreddamento :

$$Sf := S \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$0.0004004492800 \quad (5)$$

supponendo che la risoluzione sia funzione lineare della superficie, abbiamo :

$$eq := \frac{Ns}{Nx} = \frac{Sf}{S}$$

$$\frac{5342.000000000}{Nx} = 1.001123200 \quad (6)$$

$$Nx := solve(eq, Nx)$$

$$5336.006597 \quad (7)$$

quindi il sensore, una volta raffreddato per aumentarne la sensibilita`, sara` in grado di rivelare circa **5336 immagini** .