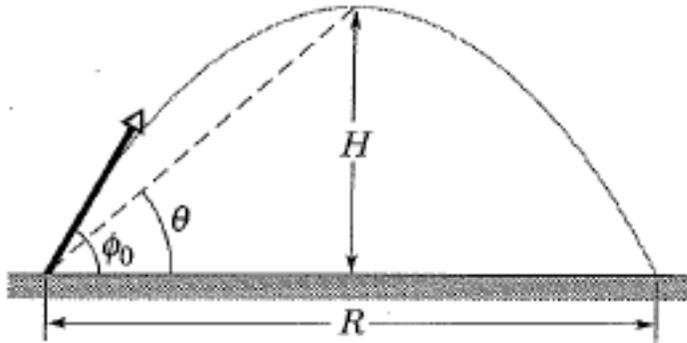


**PROBLEMA 4.21** (a) Dimostrare che il rapporto fra la massima altezza  $H$  e la gittata  $R$  di un proiettile lanciato con un angolo  $\phi_0$  rispetto all'orizzontale è  $H/R = 1/4 \tan \phi_0$ . (b) Determinare l'angolo di lancio per il quale la massima altezza è uguale alla gittata. Vedi figura.



### Soluzione

`interface(displayprecision = 3) : restart :`

La gittata di un proiettile è data da :  $R = v_0^2/g \cdot \sin(2 \cdot \theta)$

L'altezza  $H$  possiamo considerarla come :  $H = R/2 \cdot \tan(\theta)$

$$R := \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \theta);$$

$$\frac{v_0^2 \sin(2 \theta)}{g} \tag{1}$$

Per quanto riguarda l'altezza massima raggiunta dal proiettile conviene considerare il solo moto lungo la verticale :

$$y := v_0 \cdot t \cdot \sin(\theta) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2;$$

$$v_0 t \sin(\theta) - \frac{1}{2} g t^2 \tag{2}$$

mentre, per la componente orizzontale, possiamo scrivere :

$$x := v_0 \cdot t \cdot \cos(\theta)$$

$$v_0 t \cos(\theta) \tag{3}$$

L'istante in cui il proiettile raggiunge il massimo è per  $x = R/2$  :

$$eq1 := \frac{R}{2} = x;$$

$$\frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = v_0 t \cos(\theta) \quad (4)$$

$$tempo := solve(eq1, t)$$

$$\frac{1}{2} \frac{v_0 \sin(2\theta)}{\cos(\theta) g} \quad (5)$$

Che sostituito nell'equazione (2) mi da il max valore per y :

$$H := v_0 \cdot tempo \cdot \sin(\theta) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2;$$

$$\frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin(2\theta) \sin(\theta)}{\cos(\theta) g} - \frac{1}{2} g t^2 \quad (6)$$

Infine il rapporto H/R :

$$\frac{H}{R}$$

$$\frac{\left( \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin(2\theta) \sin(\theta)}{\cos(\theta) g} - \frac{1}{2} g t^2 \right) g}{v_0^2 \sin(2\theta)} \quad (7)$$