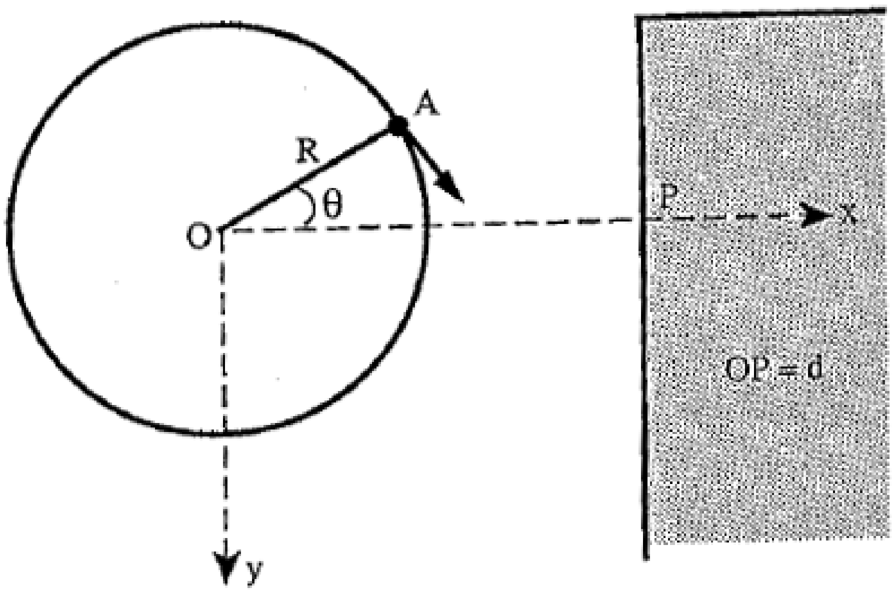
1.19. *Una ruota di raggio $R = 50\text{cm}$ gira con moto uniforme in verso orario attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro O; la velocità angolare vale $\omega = 4\text{rad/s}$. Nell'istante in cui il raggio OA forma l'angolo $\theta = 30°$ con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che dopo un certo tempo colpisce una parete distante $d = 1\text{m}$ da O. Calcolare il tempo di volo del punto e la sua velocità nell'istante dell'urto.*



Soluzione

$interface(displayprecision = 3) : restart :$

$R := 0.5 ; \omega := 4.0 ; \theta := 30.0 \cdot \left(\frac{\pi}{180.0}\right) ; d := 1.0 ; g := 9.8 ;$

$$0.500$$
$$4.000$$
$$0.167\,\pi$$
$$1.000$$
$$9.800 \tag{1}$$

Dobbiamo calcolare le componenti della velocita` tangenziale nel punto A (al momento del distacco) e per far cio` abbiamo bisogno di conoscere la direzione della retta tangente in A alla circonferenza :

$Ax := R \cdot \cos(\theta)$

$$0.500 \cos(0.167\,\pi) \tag{2}$$

$Ay := R \cdot \sin(\theta)$

$$0.500 \sin(0.167\,\pi) \tag{3}$$

$\alpha := \frac{\pi}{2.0} - \theta$

$$0.333\,\pi \tag{4}$$

La velocita` periferica (tangenziale) e` pari a :

$v := \omega \cdot R$

$$2.000 \tag{5}$$

$Vx := v \cdot \cos(\alpha)$

$$2.000 \cos(0.333\,\pi) \tag{6}$$

$Vy := -v \cdot \sin(\alpha)$

$$-2.000 \sin(0.333\,\pi) \tag{7}$$

Il frammento si muove lungo l'orizzontale di moto rettilieo uniforme; lungo la verticale di moto uniformemente accelerato.

Il tempo di volo e` quello richiesto al frammento per percorrere, in orizzontale, il tratto **d - Ax** :

$eq := d - Ax = Vx \cdot t$

$$1.000 - 0.500 \cos(0.167\,\pi) = 2.000 \cos(0.333\,\pi)\; t \tag{8}$$

$t := solve(eq, t)$

$$0.567 \tag{9}$$

ovvero il tempo di volo e` pari a circa **0.57 s .**

Durante questo tempo la velocita` lungo l'asse verticale avra` raggiunto il valore di :

$Vfy := Vy - g \cdot t$

$$-2.000 \sin(0.333\,\pi) - 5.556 \tag{10}$$

$Vf := \mathrm{sqrt}(Vx^2 + Vfy^2)$

$$\sqrt{4.000 \cos(0.333\,\pi)^2 + (-2.000 \sin(0.333\,\pi) - 5.556)^2} \tag{11}$$

$evalf(Vf)$

$$7.357 \tag{12}$$

ovvero circa **7.35 m/s .**